

Fødselsdag på samme dato

På forrige side presenterte vi påstandene:

$$p(23 \text{ personer. Minst 2 fødselsdag på samme dato}) = 0,51$$

$$p(60 \text{ personer. Minst 2 fødselsdag på samme dato}) = 0,99$$

For å finne om det er slik, er det enklest å tenke komplement. Vi kan begynne med å stille spørsmålet: Hva er sannsynligheten for at det ikke er slik at 2 har fødselsdag på samme dato?

Dersom 1 person er "samlet", er det sikkert at 2 ikke har fødselsdag på samme dato. $p = 1$

Dersom 2 personer er samlet, må den andre personen ha fødselsdag på en av de gjenværende 364 dagene i året (her sier vi at et år består av 365 dager). Sannsynligheten for det er $\frac{364}{365}$.

Det gir at sannsynligheten for at 2 personer ikke har fødselsdag på samme dato når 2 er samlet, kan beregnes slik: $1 \cdot \frac{364}{365}$

2 personer har "brukt opp" 2 av årets 365 dager. Da er det 363 dager igjen til person nummer 3. Det gir at sannsynligheten for at 2 personer ikke har fødselsdag på samme dato når 3 personer er samlet, kan beregnes slik: $1 \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365}$.

Systemet er klart: Sannsynligheten for at 2 personer ikke har fødselsdag på samme dato når n personer er samlet, kan beregnes slik:

$$1 \cdot \frac{364}{365} \cdot \frac{363}{365} \cdot \frac{362}{365} \cdot \dots \cdot \frac{365 - n + 1}{365}$$

Denne multiplikasjonen kan også skrives slik: $\frac{365!}{(365 - n)! \cdot 365^n}$

Vi har funnet sannsynligheten for at 2 personer ikke har fødselsdag på samme dato når n personer er samlet. Komplementet er at minst 2 personer har fødselsdag på samme dato. Sannsynligheten for det må være

$$1 - \frac{365!}{(365 - n)! \cdot 365^n}$$

I tabellen på neste side har vi brukt denne formelen og beregnet sannsynlighetene for et utvalg n -verdier.

Antall personer samlet	Sannsynlighet for at minst 2 har fødselsdag på samme dato
1	0,0000
10	0,1169
20	0,4114
21	0,4437
22	0,4757
23	0,5073
24	0,5383
25	0,5687
26	0,5982
27	0,6269
28	0,6545
29	0,6810
30	0,7063
40	0,8912
50	0,9704
60	0,9941

Her ser vi at

$p(23 \text{ personer samlet. Minst 2 fødselsdag på samme dato}) \approx 0,51$

$p(60 \text{ personer samlet. Minst 2 fødselsdag på samme dato}) \approx 0,99$

Grafisk kan vi vise sannsynlighetene for alle n-verdiene opp til og med 60 slik:

